Doctorado en Economía Aplicada con Mención en Estudios Regionales

Examen de Calificación: Econometría/Econometría Espacial

Departamento de Economía, UCN

Marzo, 2020

Instruciones:

- Ud. tiene 15 minutos para revisar las preguntas de su examen y realizar preguntas al profesor. Luego de los 15 minutos, el profesor se retirará de la sala.
- Luego de los 15 minutos para revisar las preguntas. Ud. cuenta con 2.5 hrs (150 minutos) para responder las preguntas.
- **De las 4 preguntas, Ud. sólo debe responder 3**.
- Si responde las 4 preguntas, sólo se revisarán las 3 primeras.

1. Preguntas

1. Considere el siguiente modelo:

$$y_{ic} = \boldsymbol{x}_{ic}'\boldsymbol{\beta}_0 + \epsilon_{ic}, \quad i = 1, ..., n; c = 1, ...C,$$

donde y_{ic} es la variable dependiente para el individuo i en la ciudad c; $\boldsymbol{x}_{ic}$ es un vector $K \times 1$ de variables a nivel individual y ciudad; asuma además que $\mathbb{E}\left(\epsilon_{ic}|\boldsymbol{x}_{ic}\right) = 0, \forall i = 1, ..., N; c = 1, ..., C$; y la muestra es i.i.d.

   a) Encuentre la distribución asintótica de $\sqrt{n}\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{OLS} - \boldsymbol{\beta}_0\right)$. No asuma que la varianza del error es homocedástica.

b) Asuma que Ud agregó la muestra a nivel de ciudad utilizando promedios, tal que su modelo ahora es:

$$\bar{y}_c = \bar{\boldsymbol{x}}_c' \boldsymbol{\beta}_0 + \bar{\epsilon}_c \tag{1}$$

donde, por ejemplo, $\bar{y}_c = \frac{1}{n_c} \sum_{i=1}^{n_c} y_{ic}$ y n_c es la población total en la ciudad c. Explique por qué el estimador WLS es el mejor enfoque econométrico en este caso.

c) Derive la distribución asintótica del estimador WLS.

d) Derive la distribución asintótica del estimador WLS asumiendo que $\mathbb{E}(\epsilon_i^2 | \boldsymbol{x}_{ic}) = \sigma^2$.

2. Considere el siguiente modelo:

$$\begin{aligned} y_i &= \boldsymbol{x}_i' \boldsymbol{\beta}_0 + \epsilon_i \\ \boldsymbol{x}_i &= \boldsymbol{z}_i' \boldsymbol{\pi}_0 + u_i \end{aligned}$$

donde $\mathbb{E}(\boldsymbol{x}_i \epsilon_i) \neq 0$, $\mathbb{E}(\boldsymbol{z}_i \epsilon_i) = 0$, y los datos son iid.

a) Asuma que $\boldsymbol{W} = \boldsymbol{Q}_{zz}^{-1}$, donde $\boldsymbol{Q}_{zz} = n^{-1} \boldsymbol{z}_i \boldsymbol{z}_i'$. Encuentre el estimador GMM.

b) Asuma que $\mathbb{E}\|\boldsymbol{x}_i \boldsymbol{z}_i'\| < \infty$ y $\mathbb{E}\|\boldsymbol{z}_i\|^2 < \infty$. Encuentre la distribución asintótica de su estimador en (a).

c) Asuma que $\mathrm{Var}(\epsilon_i | \boldsymbol{z}_i) = \sigma^2$. Encuentre la distribución asintótica.

d) En función de su respuesta en (c), proponga un estimador para la matriz de varianza-covarianza del estimador.

3. Considere el siguiente modelo:

$$y = x\beta + z\theta$$

Por simplicidad, asuma que los vectores z y x de dimensión $n \times 1$ están distribuidos $N(0, I_n)$.

a) Asuma que z no es observado, entonces el modelo puede ser escrito como $y = x\beta + \epsilon$, donde $\epsilon = z\theta$. También, asuma que z no está correlacionado con la variable observada x. ¿Es $\hat{\beta}_{OLS}$ insesgado?

b) Asuma que z tiene covarianza cero con el vector x, pero ahora z sigue el siguiente proceso autorregresivo espacial:

$$\begin{aligned} z &= \rho W z + r \\ z &= (I_n - \rho W)^{-1} r \end{aligned}$$

donde r es un $n \times 1$ vector de perturbación el cual está distribuido $N(0, \sigma_r^2 I_n)$ y W es una matriz de peso espacial.

1) Entregue un ejemplo de una aplicación empírica que puede modelada a través del modelo que se muestra en el enunciado.

2) Asuma que $\mu = \theta r$. ¿Es $\hat{\beta}_{OLS}$ sesgado?

3) Asuma que x y z están correlacionados, y ahora $u = x\gamma + v$, donde v es independiente de x y $v \sim (0, \sigma_v^2 I_n)$. ¿Es $\hat{\beta}_{OLS}$ insesgado?

4) Muestre que el modelo que encuentra equivale al SDM (Spatial Durbin Model).

4. Considere el siguiente modelo de rezago espacial:

$$y = \rho W y + X\beta + \epsilon$$

a) ¿Por qué este modelo es inconsistente cuando es estimado vía OLS? Muestre todos los supuestos que ayudarán a justificar su respuesta. (En este paso, usted puede omitir $X\beta$.)

b) Por qué este modelo es sesgado cuando es estimado vía OLS? (En este paso, usted puede omitir $X\beta$.)

c) Encuentre los efectos marginales de este modelo.

d) Ahora, asuma que $\epsilon \sim N(0, \sigma^2 I_n)$. Encuentre la función de log-likelihood de este modelo y los estimados de máxima verosimilitud.